# Rappels sur les fonctions :
# Lectures graphiques, variations, signe.

**Définition:**

Soit $E$ une partie de l'ensemble des nombres réels.

Une **fonction** $f$ définie sur un ensemble $E$ est un procédé qui permet d'associer à tout nombre réel $x$ de l'ensemble $E$ un unique nombre réel $y$. On note $x \xrightarrow{f} y$, ou encore $y = f(x)$.

L'ensemble $E$ s'appelle l'**ensemble de définition** de la fonction $f$.

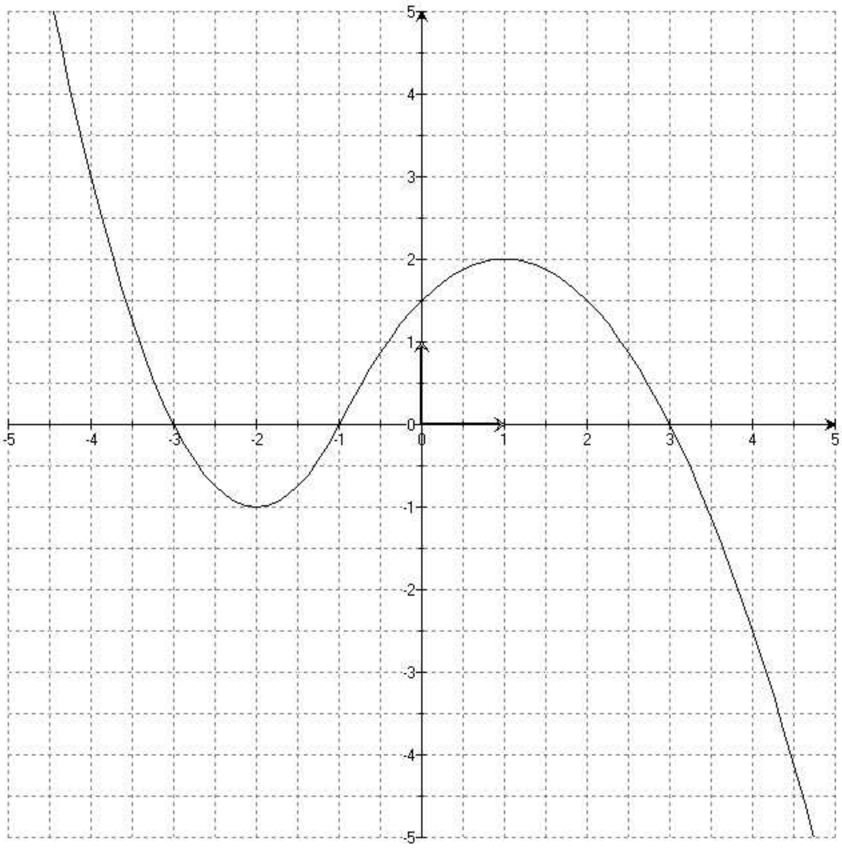
Si on a $y = f(x)$, on dit que :

$y$ est l'**image** de $x$ par la fonction $f$,
ou que
$x$ est un **antécédent** de $y$ par la fonction $f$.

**Définition:**

On peut obtenir une représentation graphique d'une telle fonction de la façon suivante:
dans un repère du plan, le couple formé par un nombre réel $x$ de l'ensemble $E$ et son image $y$ par la fonction $f$ est vu comme le couple de coordonnées cartésiennes $(x; y)$ d'un point $M$ du plan. L'ensemble de tous ces points $M(x; y)$ avec $x \in E$ et $y = f(x)$ est appelé **courbe représentative** de la fonction $f$.

**Exemple de courbe représentative :** voici la courbe représentative d'une fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ :



**Méthodes :**

- **Pour lire l'image d'un nombre donné par la fonction *f* :**

  Pour lire la valeur de $f(2)$, par exemple : prendre l'abscisse 2 sur l'axe des abscisses, trouver le point de cette courbe ayant pour abscisse 2, et lire l'ordonnée de ce point. Ici, on a $f(2) = 1,5$

- **Pour lire les éventuels antécédents d'un nombre par la fonction *f* :**

  Pour lire la valeur des éventuels antécédents de 2, par exemple, il faut prendre l'ordonnée 2 sur l'axe des ordonnées, et trouver (s'il en existe) le(s) point(s) de cette courbe ayant pour ordonnée 2. Il reste à lire l'(les) abscisse(s) de ce(s) point(s). Ici, les antécédents de 2 sont 1 et –3,7 (environ)

- **Pour résoudre graphiquement une équation du type $f(x) = m$ où $m \in \mathbb{R}$ :**

  Il s'agit ici de rechercher les antécédents du nombre *m* par la fonction *f* ; autrement dit, il s'agit de déterminer (si elles existent) les abscisses des points de la courbe dont l'ordonnée est égale à *m*. En pratique, on trace la droite d'équation $(y = m)$, et on lit les abscisses des points d'intersection de cette droite avec la courbe. Ici, par exemple, l'équation $f(x) = 3$ admet pour ensemble de solutions $S = \{-4\}$, et l'équation $f(x) = 0$ admet pour ensemble de solutions $S = \{-3; -1; 3\}$ (ce sont les abscisses des points d'intersection de la courbe avec l'axe $(Ox)$).

- **Pour résoudre graphiquement une inéquation du type $f(x) < m$ où $m \in \mathbb{R}$ :**

  Il s'agit ici de trouver **tous** les nombres réels dont l'image par la fonction *f* est inférieure au nombre *m ;* autrement dit, il s'agit de déterminer (si elles existent) les abscisses des points de la courbe dont l'ordonnée est inférieure à *m*. En pratique, on trace la droite d'équation $(y = m)$, et on lit les abscisses des points de la courbe qui sont situés sous cette droite.
  Ici, l'inéquation $f(x) > -2,5$ admet pour ensemble de solutions $S = ]-\infty; 4[$
  De même, l'inéquation $f(x) \leq 0$ admet pour ensemble des solutions $S = [-3; -1] \cup [3; +\infty[$
  (ce sont les valeurs de *x* pour lesquelles la courbe est située en-dessous de l'axe des abscisses).

- **Pour dresser le tableau des variations de la fonction *f* :**

  Lorsque la courbe est descendante, la fonction est décroissante. Lorsque la courbe est ascendante, la fonction est croissante. On résume ces variations dans un tableau comme celui-ci , dans lequel on fait également apparaître les valeurs des extrema (c'est-à-dire maxima et minima) :

| $x$ | $-\infty$ | | -2 | | 1 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Variations de $f$ | | ↘ | -1 | ↗ | 2 | ↘ | |

- **Pour déterminer le signe de la fonction *f* :**

  Il s'agit ici de préciser sur quels intervalles la fonction *f* prend des valeurs positives, et sur lesquels elle prend des valeurs négatives ; cela revient à déterminer sur quels intervalles on a $f(x) > 0$ (c'est quand la courbe est au-dessus de l'axe des abscisses), et sur quels intervalles on a $f(x) < 0$ (c'est quand la courbe est en-dessous de l'axe des abscisses) ; on réunit ces résultats dans un tableau de signes :

| $x$ | $-\infty$ | | -3 | | -1 | | 3 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Signe de $f$ | | + | | − | | + | | − | |